



Θέματα

1. (α) Σωστό ή Λάθος, αιτιολογήστε πλήρως τις απαντήσεις σας.

(i) Η ταχύτητα του ρευστού σε διδιάστατο αγωγό δίνεται από τη σχέση $\vec{q} = (u, v) = (1 - y^2, 0)$, με $y \in [-1, 1]$ για κάθε διατομή του αγωγού και $x \in [0, L]$. Τότε η ροή είναι αστρόβιλη.

(ii) Η διανυσματική διαφορική εξίσωση των ρευματικών γραμμών είναι $d\vec{r} \times \vec{q} = \vec{0}$. Να δώσετε τον ορισμό των ρευματογραμμών σε καρτεσιανές συντεταγμένες.

(iii) Η πίεση, p , ρευστού που ρέει είναι ο μέσος όρος των διαμηττικών τάσεων, τ , που ασκούνται σε ένα σημείο της ροής του ρευστού.

(iv) Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις (ΜΔΕ) σε διανυσματική μορφή, $\frac{D\vec{q}}{Dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p$, είναι οι εξισώσεις Navier - Stokes. Να γράψετε τις καρτεσιανές εκφράσεις τους, να χαρακτηρίσετε τις εξισώσεις και να δώσετε την φυσική σημασία των όρων μιας εξ αυτών.

(β) Να διατυπώσετε την σχέση που συνδέει την τάση με την ταχύτητα μεταβολής της παραμόρφωσης στα ρευστά. Πώς ονομάζεται η σταθερά αναλογίας σε αυτή την σχέση και τι διαστάσεις έχει;

2. (α) Εάν ένα ρευστό είναι σε ισορροπία και η πίεση σε οποιοδήποτε σημείο του είναι συνάρτηση των x, y, z , δηλαδή $p = p(x, y, z)$, και βρίσκεται υπό την επίδραση του πεδίου δυνάμεων \vec{f} , ναδειχθεί ότι $\nabla p = \rho \vec{f}$.

(β) Έστω ένα ασυμπίεστο ρευστό που ισορροπεί και βρίσκεται υπό την επίδραση πεδίου βαρύτητας της μορφής $\vec{f} = (0, 0, -g)$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Να υπολογιστεί η πίεση του ρευστού.

3. (α) Δώστε τον ορισμό του αδιάστατου μεγέθους που περιγράφει την σχέση αδρανειακών δυνάμεων με τις δυνάμεις τριβής για ομογενές και ασυμπίεστο ρευστό σταθερού ιξώδους. Να διακρίνετε περιπτώσεις της ροής για διαφορετικές τιμές του αδιάστατου αυτού μεγέθους.

(β) Ναδειχθεί ότι η εξίσωση συνέχειας κατά Euler έχει γενικά τη μορφή:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{q}) = 0,$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού και \vec{q} η ταχύτητα σε τυχόν σημείο του χώρου.

4. (α) i) Να περιγραφεί η εντατική κατάσταση ρευστού σωματιδίου σ' ένα σημείο, A , του πεδίου ροής ενός πραγματικού ρευστού. ii) Να γραφούν σε περιγραφή κατά Euler οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης για ομογενές, ασυμπίεστο και πραγματικό ρευστό και να εξηγηθούν οι όροι στις εξισώσεις αυτές.

(β) Βασίζόμενοι στις παραπάνω διαφορικές εξισώσεις κίνησης και στην εξίσωση συνέχειας ομογενούς, ασυμπίεστου και πραγματικού ρευστού, να μελετήσετε τη μόνιμη μονοδιάστατη ροή μεταξύ δύο μεγάλων επίπεδων πλακών όταν το ρευστό έχει σταθερό ιξώδες και οι μαζικές δυνάμεις δεν λαμβάνονται υπόψη. Δηλαδή, να υπολογιστεί η ταχύτητα και η πτώση πίεσης για το πρόβλημα αυτό καθώς και η παροχή μάζας μεταξύ των δύο πλακών. Οι δύο πλάκες απέχουν μεταξύ τους $2h$ και έχουν πάχος a .